Kurze Anfangs-Gründe der Arithmetik oder Rechenkunst für Kinder und angehende Jünglinge.

Dresden,
in der Hilscherschen Buchhandlung, 1793.

Vorerinnerung.

Keine Vorrede gewöhnlicher Art; sondern die Entstehung und den Gebrauch dieser Blätter sollen diese Zeilen enthalten.

Seit dreyßig Jahren trieb ich das gleich nützliche und angenehme Geschäfte, erst Kinder, alsdann Jünglinge zu unterrichten. Sie bald zu gemeinnützigen Menschen zu bilden, und ihren Verstand zu schärfen, unterwies ich schon Kinder von 7 und 8 Jahren im Rechnen, und zwar, wie mich Gönner und Freunde versicherten, nicht ohne guten Erfolg. Wie es Kinder und die, welche das Jünglingsalter antraten, fasseten, schrieb ich immer auf,

und besserte daran, so wie die unterschiedenen Fähigkeiten der Kinder und Jünglinge, die ich unterwies, es an die Hand gab. Mit den Kindern verfuhr ich aber so: mit zerschnittenen Papieren, oder mit Zahlpfennigen, oder mit Marken gab ich ihnen Anleitung, einige Eigenschaften der Zahlen, zum Beispiel, das Vermehren und Vermindern, finden zu lassen. Ich sage finden zu lassen; denn was schmeichelt schon das Kind, und erhöhet sein Vergnügen mehr, als wenn es in den süssen, ihm unschuldigen Wahn ist, auf eine ihm unbekannte Sache selbst gekommen zu seyn? — Hatte ich nun das Kind, z. B. mit dem Vermehren etwas auf diese Weise bekannt gemacht: so ließ ich nun, mit sichtbaren Vergnügen des Kindes, das Zusammenzählen und Aussprechen auf dem Papiere üben. So verfuhr ich, bis die 4 Species, auch mit Anwendung einiger Vortheile, erlernt waren. Dieses war mein erster Cursus. Nun gieng ich das, was die Kinder gelernt hatten, noch einmal durch,

und lernte ihnen, nach oben angeführter Weise, einige Eigenschaften der Brüche nach den 4 Species finden, welches alsdann auf dem Papiere, nebst der Proportion geübt wurde. Endlich machte ich sie mit der sogenannten Regel de tri, und mit den damit verbundenen Rechnungsarten bekannt, und mit angetretenen Jünglingsalter übte ich dieses, besonders auch im Kopfe, ohne Aufschreiben, mit ihnen, und lehrte sie zugleich die Quadrat- und Cubic-Wurzel ausziehen. Nur zween Knaben, von herrlichen Köpfen, war ich so glücklich, zwischen dem 10. und 11. Jahre, die ersten Anfänge der Buchstabenrechnung beyzubringen; daher habe ich sie in diesem ersten Anfange der Arithmetik nicht aufgestellet, der für Kinder und das erste Jünglingsalter bestimmt ist. Ohngeachtet dieser Bestimmung weis ich gar wohl, daß mancher Jüngling, der, um nur bald auf einer Schule aufgenommen zu werden, nur immer mit lateinischen Vocabeln geübt wird, aus diesen Blättern ihm unbe-

kannte Dinge erlernen kann. Uebrigens habe ich alle Vortheile und Abkürzungen, die der Bestimmung nach faßlich sind, beizubringen mich immer bemühet.

Jedem Kinde und Jünglinge wünsche ich die Ueberzeugung, daß, durch Erlernung der Arithmetik, sie etwas im ganzen Leben Nützliche sich zu eigen machen. Jedem Lehrer aber beym Unterrichte der Arithmetik werde das Vergnügen gewährt, welches vielfältig genoß

der Verfasser.

Arithmetik oder Rechenkunst.

§. 1. Die Arithmetik ist ein Theil der Mathematik. Die Mathematik ist eine Wissenschaft, die sich mit der Größe beschäftiget. Die Größe betrachtet man entweder, als eine Menge von Theilen überhaupt; oder man betrachtet die Verbindung und Ordnung ihrer Theile zugleich. Jenes ist der Gegenstand der Arithmetik, dieses aber gehört für die Geometrie. Wendet man die Lehren dieser beiden Wissenschaften auf wirkliche Sachen an: so bekommt man die angewendete Mathematik. Diese kann so viel Theile haben, als verschiedene Gattungen von Dingen in der Welt sind. Die Arithmetik und Geometrie nennt man die reine Mathematik, ob man gleich, zum Besten der Anfänger, schon Anwendungen auf wirkliche Sachen macht.

§. 2. Die Arithmetik beschäftiget sich also mit der Größe, die man als ein Ganzes betrachtet,

welches aus Theilen besteht, die sich vermindern und vermehren lassen, die zusammen genommen für das Ganze, einzeln aber für einander gesetzt werden können. Die Rechenkunst in Zahlen unterscheidet sich überhaupt von der Arithmetik dadurch, daß die Größen durch die bekannten Zahlzeichen ausgedrückt werden, so wie man in der Buchstabenrechnung allgemeine Zeichen, welches die Buchstaben sind, gebraucht. Einzelne Dinge von einer Art heißen **Einheiten**; eine Menge Einheiten aber wird eine **Zahl** genennt.

§. 3. Indem man zu einer **Zahl** noch einige, oder eine thut: so wird sie **vermehrt**. Nimmt man von einer **Zahl** eine, oder einige weg: so wird sie **vermindert**. Jenes nennt man: **addiren**; dieses: **subtrahiren** überhaupt. Insbesondere heißt **addiren**, eine Zahl finden, die verschiedenen andern gegebenen Zahlen zusammen genommen gleich ist; wenn man aber eine Zahl etlichemal zu sich selbst thut: so heißt das **multipliciren**. Was bey der **Additio** herauskömmt, wird **Summe** genennt, und die gegebenen Zahlen heißen: die **summirenden**. Was bey der **Multiplication** herauskömmt, heißt: **Produkt**; und die gegebenen Zahlen werden **Faktoren** genennt; die aber, welche multipliciret, heißt besonders: **Multiplicator**, man mag nun die eine, oder die andere Zahl der Faktoren dazu wählen.

Insbe-

Insbesondere heißt subtrahiren: von einer gegebenen Zahl eine andere nach Belieben wegnehmen. Sucht man aber, wie vielmal eine Zahl in einer andern enthalten ist: so wird das Dividiren, theilen genennt. Die Zahl, welche bey der Subtraktion herauskömmt, wird Differenz, Unterschied genennt, und die subtrahirte Zahl heißt: Subtrahendus. Die Zahl, welche bey der Division herauskömmt, heißt: Quotient; aber die, welche theilet, wird Divisor, und die getheilte Zahl, Dividendus genennt. In diesen vier Rechnungsarten giebt es gewisse Wörter, die man braucht, als in der Addition „und;" in der Subtraktion „von;" in der Multiplication „mal;" und in der Division „in."

§. 4. Dinge sind einander gleich, wenn sie einerley Größe haben. Z. B. 4 gl. gleich 4 gl. Die Sachen, in welchen alles einerley ist, nur die Größe nicht, heißen: ähnlich, congruent.

§. 5. Die Zeichen, welche man in der Arithmetik und ganzen Mathematik zu merken hat, sind:

$+$ (plus) mehr, in der Addition.
— (minus) weniger, in der Subtraktion.
. in der Multiplication (auch von andern $\times$.)
: in der Division.
$=$ Zeichen der Gleichheit.
$\backsim$ Zeichen der Aehnlichkeit, Congruenz.

$\cong$ Zei-

≅ Zeichen der Aehnlichkeit und Gleichheit.
< Zeichen dessen was größer } ist.
> . . . kleiner }
√ Zeichen der Wurzel.
0 was keine Größe hat, oder unendlich klein ist.

§. 6. Folgende Sätze muß man wohl merken:

1) Das Ganze ist seinen Theilen, wenn man sie zusammennimmt, gleich. Z. B. 1 gl. hat 12 pf.; der gl. ist das Ganze, die 12 pf. sind die Theile, und 12 pf. = 1 gl. Das Ganze ist grösser als einer, oder einige seiner Theile. Z. B. 1 gl. ist größer als 1 pf., auch größer als 4 pf., 6 pf., 11 pf.

2) Jede Größe, die einerley Theile in sich schließt, ist sich selbst gleich. Z. B. 1 gl. = 1 gl., denn jeder hat 12 pf. Wenn zwey solcher Größen einer dritten gleich sind: so sind sie alle einander gleich. Z. B. A hat 1 gl. und B 1 gl.; also A = B, das ist 1 gl. = 1 gl. Nun soll C auch 1 gl. haben; also A = C und B = C, das ist 1 gl. = 1 gl. Also A = B = C, das ist: 1 gl. = 1 gl. = 1 gl.

3) Was größer ist, als eine von zwey gleichen Größen, das ist auch größer, als die andre. Z. B. A hat 2 gl., B hat 1 gl. und C hat 1 gl.; also ist das, was A hat, größer, als das B hat, und größer als das, was C hat. Das ist: 2 gl. ist größer als 1 gl. und als 1 gl.

In

In Zeichen: A > B, A > C; oder 2 gl. > 1 gl.

4) Was kleiner ist, als zweyer gleichen Größen eine, das ist auch kleiner als die andre. Z. B. A hat 1 gl., B hat 2 gl. und C auch 2 gl.; also ist A seines kleiner, als das was B und C hat; das ist: 1 gl. kleiner als 2 gl. In Zeichen: A < B, A < C; d. i. 1 gl. < 2 gl.

5) Gleiches zu Gleichen gethan, giebt einerley Summe. Als: 4 + 3 = 7, und 4 + 3 = 7. Ungleiches zu Ungleichen addirt, giebt ungleiche Summen. Als 4 + 3 = 7, und 4 + 5 = 9. Nun ist im ersten Falle 4 = 4, 3 = 3 und 7 = 7. Im andern Falle aber ist 7 nicht gleich 9, 3 nicht gleich 5, obgleich 4 = 4.

6) Gleiches von Gleichen abgezogen, giebt gleiche Differenzen. Als 8 — 3 = 5, und 8 — 3 = 5. Ungleiches von Ungleichen abgezogen, giebt ungleiche Differenzen. Als 8 — 3 = 5 und 8 — 6 = 2. Nun ist im ersten Falle 5 = 5, aber im andern nicht 5 = 2.

7) Gleiches mit Gleichen multiplicirt, giebt gleiche Produkte. Als: 4 . 3 = 12, und 4 . 3 = 12. Ungleiches mit Ungleichen multiplicirt, giebt ungleiche Produkte. Als: 4 . 3 = 12, und 4 . 2 = 8. Nun ist im ersten Falle 12 = 12, aber im andern nicht 12 = 8.

Gleiches

8) Gleiches mit Gleichem dividirt, giebt gleiche Quotienten. Als: $12 : 3 = 4$, und $12 : 3 = 4$. Ungleiches durch Ungleiches dividirt, giebt ungleiche Quotienten. Als: $12 : 3 = 4$, und $16 : 8 = 2$. Nun ist im ersten Falle $4 = 4$, aber im andern nicht $4 = 2$.

9) Das Größere zum Gleichen addirt, giebt mehr, als das Kleinere zum Gleichen addirt. Als $4 + 6 = 10$, und $3 + 6 = 9$. Nun ist $4 > 3$, also $10 > 9$.

10) Das Größere vom Gleichen subtrahirt, giebt weniger, als das Kleinere vom Gleichen abgezogen. Als: $8 - 12 = 4$, und $6 - 12 = 6$. Nun ist $4 < 6$, und $6 < 8$.

11) Das Größere mit Gleichem multiplicirt, giebt mehr, als das Kleinere mit Gleichem multiplicirt. Als: $5 . 3 = 15$, und $4 . 3 = 12$. Nun ist $15 > 12$, und $5 > 4$.

12) Das Größere ins Gleiche dividirt, giebt weniger, als das Kleinere ins Gleiche eingetheilt. Als: $16 : 8 = 2$, und $16 : 4 = 4$.

§. 7. Man zählt bis 10. Die Zahl linker Hand zeigt also an, wie vielmal vom Anfange gezählt worden ist. Z. B. 18, da zeigt 1, daß zum ersten; in 58, da zeigt 5, daß zum fünften; 128, da zeigt 12, daß zum zwölftenmale wieder vom Anfange gezählt wurde. Durch diese Zusammenstellung bekommen die Zahlen besondere Namen.

Die Zahl rechter Hand ist ein Einer, d. i. unter 10; die folgenden sind Zehner, Hunderte, Tausende, welche letztere bey mehr folgenden Zahlen zugleich die Stelle der Einer mit einnimmt. Um die vielen Tausende nicht immer wieder zu nennen, bekommt Tausendmal Tausend den Namen Million; Million Millionmal den Namen Billion; Million Billion den Namen Trillion u. s. w. Quadrillion, Cinquillion, Sixillion u. s. w. Wenn man eine Zahlreihe, von der rechten Hand an, in drey und drey absetzt, oder allezeit nach der dritten, sechsten u. s. w. einen Strich macht: so kann man sie aussprechen; denn die Zahlen nach dem 1, 3, 5 u. s. w. Striche giebt Tausend, so wie die Zahl davor Hundert, und die Zahlen nach dem 2, 4, 6 u. s. w. Striche giebt Million, Billion, Trillion u. s. w. Z. B. 4,845,637,294, 315,270,536 heißt: 4 Trillionen, 8 Hundert, 45 Tausend, 6 Hundert, 37 Billionen, 2 Hundert, 94 Tausend, 3 Hundert, 15 Millionen, 2 Hundert, 70 Tausend, 5 Hundert 36. Hieraus ist klar, daß 4845 637 294 315 270 536, besteht aus 4,000,000,000,000,000,000 + 800, 000,000,000,000,000 + 45,000,000,000,000, 000 + 600,000,000,000,000 + 37,000,000, 000,000 + 200,000,000,000 + 94,000,000, 000 + 300,000,000 + 15,000,000 + 200, 000 + 70,000 + 500 + 36.

Addi-

Addition.

§. 8. Wenn man die Zahlen so untereinandersetzt, daß die Einer unter die Einer, die Zehner unter die Zehner, die Hunderte unter die Hunderte u. s. w. zu stehen kommen, wenn man ferner die Einer zusammenzählt, und das, was unter 10 ist, unter den unter die Zahlen gezogenen Strich setzt, das, was mehr ist, aber zu den Zehnern zählt, was unter Zehen ist, wieder unterschreibt, und das, was über 10 ist, zu den Hunderten thut, u. s. w. so addirt man, und bekömmt die Summe, nach §. 3. Z. B.

843257 }
261929 } Posten, oder summirende Zahlen.
342168 }

1447354 Summe.

Man sagt: 8 + 9 + 7 = 24, unterschrieben 4 und
2 zu 6 + 2 + 5 = 15, . . 5 und
1 zu 1 + 9 + 2 = 13, . . 3 und
1 zu 2 + 1 + 3 = 7, . . 7 bleibt
nichts zu 4 + 6 + 4 = 14, . . 4 und
1 zu 3 + 2 + 8 = 14, . . 14.

Soll man gewisse bestimmte Gegenstände und ihre kleinen Sorten addiren: so muß man die Eintheilung derselben in kleinere Sorten kennen. Also muß man wissen, daß z. B. 1 Thlr. hat 24 gl., 1 gl. hat 12 pf. Daß 1 Ctr. hat 110 Pfund (lb.), 1 lb. hat 32 Loth, 1 Loth hat 4 Quenten.

Die

Die kleinern Sorten zählt man alsdann zusammen, verwandelt sie in die nächst größern, und addirt sie zu der folgenden Sorte, das übrige aber schreibt man unter. Z. B.

38 Thlr.	16 gl.	4 pf.
124 -	9 -	10 -
317 -	22 -	9 -
481 Thlr.	— gl.	11 pf.

Man sagt: 9 + 10 + 4 = 1 gl. 11 pf. unterschr. 11 pf. und
1 gl. zu 22 + 9 + 16 = 2 Thlr. nichts unterschrieben, und
2 Thlr. zu 7 + 4 + 8 = 21 Thlr. unterschrieben 1, und
2 zu 1 + 2 + 3 = 8 - unterschrieben 8, und
nichts zu 3 + 1 = 4 - unterschr. 4.

59 Ctr.	82 lb.	21 Lth.	2 Qt.
41 -	102 -	30 -	3 -
23 -	91 -	18 -	1 -
125 Ctr.	57 lb.	6 Lth.	2 Qt.

Man sagt: 1 + 3 + 2 = 6 Qt. = 1 Lth. und untergeschr. 2 Qt. und
1 Lth. zu 30 + 18 + 21 = 2 lb. 6 Lth. unterschr. 6 Lt. und
2 lb. zu 91 + 102 + 82 = 2 Ctr. 57 lb. unterschrieben 57 lb. und
2 Ctr. zu 3 + 1 + 9 = 15 - unterschrieben 5, und
1 zu 2 + 4 + 5 = 12 - unterschr. 12.

Sub-

Subtraktion.

§. 9. Man zieht eine Zahl von einer andern ab, wenn man die Zahlen, wie §. 8., untereinanderschreibt, und rechts die unterste von der obersten Zahl subtrahirt. Ist die oberste Zahl kleiner: so borgt man Eins bey der folgenden, das man als 10 zu der thut, von der man abziehen soll. Borgt man über Nullen weg: so werden selbige 9; denn 10 — 1 = 9, 100 — 1 = 99, 1000 — 1 = 999. Die Differenz setzt man unter den Strich. Z. B.

83467000042	zu verringernde	Zahl.
54786234563	abzuziehende	
28680765479	Differenz.	

Man sagt: Bey 4 Eins geborgt,
3 — 12 läßt 9; 6 — 13 läßt 7; 5 — 9 läßt 4;
4 — 9 läßt 5; 3 — 9 läßt 6; 2 — 9 läßt 7;
6 — 6 läßt 0; 8 — 16 läßt 8; 7 — 13 läßt 6;
4 — 12 läßt 8; 5 — 7 läßt 2.

Bey gewissen bestimmten Gegenständen schreibt man die gleichnamigen Sorten auch unter einander, und zieht alsdann von der rechten Hand an ab. Z. B:

59 Thlr.	14 gl.	7 pf.
28 „	21 „	9 „
30 Thlr.	16 gl.	10 pf.

63 Ctr.

63 Ctr. 50 lb. 20 Lth. 2 Qt.
34 · 100 · 30 · 3 ·
28 Ctr. 59 lb. 21 Lth. 3 Qt.

Proben der Addition und Subtraktion.

§. 10. Will man erfahren, ob richtig addirt wurde: so werden die Posten von der Summe subtrahirt; oder man addirt von der linken Hand an, und zieht jeder Kolumne Summe von der unterstehenden Zahl ab. In beiden Fällen muß alles gerade aufgehen. Wir wollen die Exempel des §. 8. probiren.

Weitläuftig.

843257
261929
342168
1447354
843257
604097
261929
342168
342168
0

Kürzer.

843257
261929
342168
1447354
1 112

38 Thlr. 16 gl. 4 pf.
124 · 9 · 10 ·
317 · 22 · 9 ·
481 · — · 11 ·
12 = 48
1

59 Ctr. 82 lb. 21 Lth. 2 Qt.
41 · 102 · 30 · 3 ·
23 · 91 · 18 · 1 ·
125 · 57 · 6 · 2 ·
12 2 1

 In

In der Subtraktion wird die abzuziehende Zahl und die Differenz addirt, und man bekommt die verringernde Zahl zur Summe. Wir wollen die Exempel aus §. 9. probiren.

83467000042	59 Thlr. 14 gl. 7 pf.
54786234563	28 • 21 • 9 •
28680765479	30 • 16 • 10 •
83467000042	59 Thlr. 14 gl. 7 pf.

63 Ctr. 50 lb. 20 Lth. 2 Qt.
34 • 100 • 30 • 3 •
28 • 59 • 21 • 3 •
63 Ctr. 50 lb. 20 Lth. 2 Qt.

Multiplication.

§. 11. Will man multipliciren: so muß man das sogenannte Einmal Eins wissen; das ist: man muß die Produkte von 1 bis 9, und in angewendeten Zahlen von einigen wissen. Wenn man die Zahlen von 1 bis 9 in eine Horizontal- und Vertikal-Reihe setzt: so lassen sich die Produkte darunterschreiben. Z. B.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	12	24	32
2	4	6	8	10	12	14	16	18	24	48	64
3	6	9	12	15	18	21	24	27	36	72	96
4	8	12	16	20	24	28	32	36	48	96	128
5	10	15	20	25	30	35	40	45	60	120	160
6	12	18	24	30	36	42	48	54	72	144	192
7	14	21	28	35	42	49	56	63	84	168	224
8	16	24	32	40	48	56	64	72	96	192	256
9	18	27	36	45	54	63	72	81	108	216	288

Wenn man die Faktoren so unterschreibt wie nach §. 8., und wenn man die Produkte so untersetzt, daß man die Einer nur anmerkt, und die Zehner zum folgenden Produkte addirt: so multiplicirt man. Ist der eine Faktor, den man besonders Multiplikator nennt, nur eine Zahl unter Zehen: so setzt man ihn auch wohl hinter den Strich. Z. B.

734628
5877024 Produkt. (8

823624 . 34.
34
3294496 diese Produkte
2470872 addirt.
28003216 der Produkte Summe.

Wenn der Multiplikator ist 10: so setzt man die 0 an den andern Faktor, und man hat das Produkt. Z. B. 34652 . 10 giebt das Produkt 346520.

Soll mit 20, 30, 40 u. s. w. multiplicirt werden, eben so mit 200, 300 u. s. w. so wird nur mit 2, 3, 4 u. s. w. multiplicirt, und die Nullen setzt man an das Produkt. Z. B.

843269 . 300
252980700 (3

Soll mit 11 die Multiplication geschehen: so wird des andern Faktors erste Zahl rechts un-

tergeschrieben, alsdann diese erste zur zweyten, die zweyte zur dritten u. s. w. addirt, und endlich die letzte Zahl links, mit dem was vorher über 9 blieb, addirt untergesetzt. Z. B.

764253 . 11
8406783

Ist der Multiplikator 12 bis 19: so wird nur mit 2 bis 9 multiplicirt, und die vorhergehende Zahl des Faktors gleich addirt. Z. B.

34685 . 16
554960

Nach gemeiner Weise: 34685
16
208110
34685
554960

Soll mit 21 bis 91 multiplicirt werden: so setzt man die erste Zahl des Faktors unter, er selber aber wird mit der andern Zahl des Multiplikators multiplicirt, und die zweyte Zahl des Faktors addirt; ferner die zweyte multiplicirt und die dritte addirt, u. s. w. Z. B.

364758 . 41
14955078

Nach gemeiner Weise: 364658
41
364758
1459032
14955078

Kann

Kann der Multiplikator von zwey Zahlen, nach dem Einmal Eins, in zwey Zahlen zerfällt werden, die, mit einander multipliciret, ein Produkt geben, gleich dem Multiplikator: so kann man mit diesen Zahlen multipliciren. Z. B.

648597 . 48 — 6 . 8 = 48

3891582 (6

31132656 (8

Nach gemeiner Weise: 648597

48

5188776

2594388

31132656

Dieses kann man auch bey drey Zahlen thun. Z. B.

648 . 144 dieses = 6 . 24 und

1944 (3 24 = 3 . 8, also mit

11664 (6 3 . 6 . 8 multiplicirt.

93312 (8

Nach gemeiner Weise: 648

144

2592

2592

648

93312

Bey bestimmten Gegenständen, wo größere Sorten in die nächst kleinern verwandelt werden sollen, gelten alle diese Sätze; allein man kann gleich mit Vortheil multipliciren, wenn man die Produkte des Multiplikators von 1 bis 9 weis. Z. B.

84256 Thlr. zu gl. und pf.

2022144 gl.

24265728 pf.

Man sagt: 1 Thlr. = 24 gl., also 6 . 24 = 144, man setzt 4 gl. und 14 im Sinne; 5 . 24 = 120 + 14 = 134, man setzt 4 und 13 im Sinne; 2 . 24 = 48 + 13 = 61, man setzt 1, und 6 im Sinne; 4 . 24 = 96 + 6 = 102, man setzt 2, und 10 im Sinne; 8 . 24 = 192 + 10 = 202.

Ferner 1 gl. = 12 pf., also 4 . 12 = 48, man setzt 8, und 4 im Sinne; 4 . 12 = 48 + 4 = 52, man setzt 2, und 5 im Sinne; 1 . 12 = 12 + 5 = 17, man setzt 7, und 1 im Sinne; 2 . 12 = 24 + 1 = 25, man setzt 5, und 2 im Sinne; 2 . 12 = 24 + 2 = 26, man setzt 6, und da 0 folgt, auch 2; endlich 2 . 12 = 24, das man setzt.

Anders.

84256 Thlr.

252768 (3

2022144 gl. (8

6066432 (3

24265728 pf. (4

Weit-

Weitläuftig.

84256 Thlr.
24
337024
168512
2022144 gl.
12
4044288
2022144
24265728 pf.

So auch mit Centnern. Z. B.

8953 . 110
984830 lb. 32
31514560 Loth.

Mit zerfällten Multiplikator.

8953 . 110 Vortheil nach 11.
984830 lb.
3939320 (4
31514560 Loth. (8

Weitläuftig.

8953 Ctr.
110
89530
8953
984830
32
1969660
295449
31514560 Loth.

Divi-

Division.

§. 12. Man dividirt, indem man zu erfahren sucht, wie vielmal der Divisor im Dividendus enthalten ist. Dieses geschiehet so: man fragt, wie vielmal der Divisor in den ersten Zahlen linker Hand im Dividendus enthalten sey; mit dem Quotienten multiplicirt man den Divisor und schreibt das Produkt unter die Zahlen des Dividendus; man subtrahirt, und setzt zu der Differenz die folgende Zahl des Dividendus. So fährt man fort bis ans Ende. Ist der Multiplikator nur eine Zahl unter 10: so kann man ihn auch vor den, unter den Dividendus gezogenen Strich setzen, und in Gedanken multipliciren und subtrahiren. Unter den Strich setzt man alsdann den Quotienten. Z. B.

Divisor.	Divid.	Quotient.
224	683424	3051
	672. . .	
	1142.	
	1120.	
	224	
	224	
	0	

Man sagt: 224 in 683 ist 3, und 224 . 3 = 672 — 683 = 11, dazu 4; 224 in 114 ist 0; zu 114 noch 2; 224 in 1142 ist 5, und 224 . 5 = 1120

= 1120 — 1142 = 22 dazu 4; 224 in 224 ist 1 und geht auf.

$$\begin{array}{r} 734784 : 8 \\ 8)\overline{\;91848} \text{ Quotient.} \end{array}$$

Man sagt: 8 in 73 ist 9, 8 . 9 = 72 — 73 = 1; 8 in 14 ist 1, und 8 — 14 = 6; 8 in 67 ist 8, 8 . 8 = 64 — 67 = 3; 8 in 38 ist 4, und 4 . 8 = 32 — 38 = 6; 8 in 64 ist 8, und 8 . 8 = 64 geht auf.

Ist der Divisor 10, so ist der Dividendus der Quotient, nur die letzte Zahl oder Null rechts abgeschnitten. So ist von 10 : 9234∅, der Quotient 9234; und von 10 : 8234$\not5$, der Quotient $8234\frac{5}{10}$.

Ist der Divisor 20, 30 u. s. w. bis 90; oder 200, 300 bis 900 u. s. w. so dividirt man mit 2, 3, u. s. w. und schneidet rechts so viel Zahlen ab, als im Divisor Nullen sind. Z. B.

$$\begin{array}{r} 98745\not6 : 30 \\ 3)\overline{\;32915\frac{6}{30}} \text{ Quotient.} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 24736\not0\not0 : 4\not0\not0 \\ 4)\overline{\;6184} \text{ Quotient.} \end{array}$$

Besteht der Divisor aus zwey Zahlen, an deren Statt man zwey Zahlen finden kann, die mit einander multiplicirt, ein Produkt geben, gleich dem Diviso: so dividirt man mit selbigen. Z. B.

$$\begin{array}{r} 643296 : 48 = 6 . 8 = 48. \\ 6)\overline{\;107216} \\ 8)\overline{\;13402} \text{ Quotient.} \end{array}$$

Dieß

Dieß geht auch bey drey Zahlen an. Z. B.

93312 : 144 = 24 . 6 und 24 = 3 . 24; also dividirt 3, 6, 8.

3) 93312
6) 31104
8) 5184
648 Quotient.

Oder: 93312
6) 15552
8) 1944
3) 648

Oder: 93312
8) 11664
6) 1944
3) 648

Wenn beym Dividiren mit zerfällten Divisor etwas übrig bleibt: so wird das, was zum zweytenmale übrig bleibt, mit dem ersten Theile des Divisors multiplicirt, und das dazu gethan, was beym erstenmale übrig blieb; alsdann aber darunter der ordentliche Divisor gesetzt, weil es Theile des Divisors sind. Bleibt nur beym erstenmale etwas übrig: so wird dieses gerade über den Divisor gesetzt, untergeschrieben. Z. B.

87436 : 15 = 3 . 5
3) 29145(1
5) $5829\frac{1}{15}$ Quotient.

87436 : 24 = 3 . 8
3) 29145(1
8) 3643(1 Diese $1 . 3 = 3 + 1 = \frac{4}{24}$.

Man kann auch, wenn der Divisor, so wie der Dividendus, aus großen Zahlen besteht, beide durch

durch einerley Zahlen kleiner machen, und mit diesen alsdann dividiren. Z. B.

	768	12288	
8)	96	1536	
8)	12	192	
2)	6	96	16 Quot.
		96	
		0	

768	12288	16 Quotient.
	768.	
	4608	
	4608	
	0	

Bey bestimmten Gegenständen, wo eine Menge kleiner-Sorten in größere verwandelt werden sollen, gelten alle diese Sätze; allein man kann auch, wenn man die Produkte, welche die Zahlen von 1 bis 9, mit der Sorte multiplicirt, worein die kleinere verwandelt werden soll, sich merkt, gleich mit der Zahl der größern Sorte dividiren. Wenn also pf. zu Thlr., oder Lothe zu Ctr. gemacht werden sollen: so verfährt man, wie folgt.

64273 pf. zu Thlr.
5356 gl. 1 pf.
223 Thlr. 4 gl. 1 pf.

Man sagt: 64 sind 5 gl. + 4; 42 sind 3 gl. + 6 pf.; 67 sind 5 gl. + 7 pf.; 73 sind 6 gl. + 1 pf. Ferner: 53 sind 2 Thlr. + 5 gl.; 55 sind 2 Thlr. + 7 gl.; 76 sind 3 Thlr. 4 gl. 1 pf.

Oder: 64273
3) 21424(1
4) 5356 gl. 1 pf.
3) 1785(1
8) 223 Thlr. 4 gl. 1 pf.

Pro-

Proben der Multiplication und Division.

§. 13. Die Probe der Multiplication wird gemacht, wenn man das Produkt durch den Multiplikator divididirt. Multiplicirt man den Quotienten mit dem Divisor, und addirt das zum Produkte, was etwa übrig blieb: so bekommt man die Zahl, welche dividirt wurde, und dieß ist die Probe der Division. Z. B.

```
     648          144|93312|648
     144             |864..|
   -------         ------
    2592              691.
   2592               576.
  648                -----
  -------             1152
   93312              1152
                      ----
                         0
```

Brüche.

§. 14. Wenn man ein Ganzes in gleiche Theile theilet, und einen Theil, oder einige Theile davon nimmt: so wird das ein Bruch genennt. Man schreibt den Bruch mit zwey Zahlen über einander, die ein Queerstrich absondert. Oben steht der Zähler, welcher anzeigt, wie viele Theile man von dem Ganzen weggenommen hat. Unten steht der Nenner, welcher anzeigt, in wie viel Theile das Ganze eingetheilet worden ist. Z. B. $\frac{3}{4}$ Zähler. Nenner. Man sagt: Drey Viertheil.

§. 15.

§. 15. Hat der Zähler viele Theile des Nenners: so wird er ein großer Bruch, und hat er wenige Theile: so wird er ein kleiner Bruch genennt. Z. B. $\frac{7}{8}$ ist ein großer, $\frac{3}{8}$ ein kleiner Bruch. Uebermäßig ist der Bruch, wenn der Zähler größer ist, als der Nenner. Z. B. $\frac{11}{9}$. Vermischt ist der Bruch, wenn eine ganze Zahl dabey ist. Z. B. $4\frac{5}{7}$.

Ein vermischter Bruch wird in einen übermäßigen verwandelt, wenn man in $4\frac{3}{7}$ die ganze Zahl 4 mit dem Nenner 7 multiplicirt, giebt 28, und dazu den Zähler 3 thut, giebt 31, alsdann aber den Nenner 7 darunter setzt. Z. B. $\frac{31}{7}$.

Eine ganze Zahl wird einen Bruch gelten, wenn man 1 darunter setzt. Z. B. $\frac{8}{1}$.

§. 16. Der Zähler und Nenner eines Bruchs durch einerley Zahl multiplicirt, giebt einen größern gleich bedeutenden Bruch. Z. B. $\frac{3}{4} \cdot 5 = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$. Ein Bruch durch einerley Zahl, so wohl Zähler als Nenner, dividirt, giebt einen Bruch, der dem gegebenen gleich ist. Z. B. $\frac{15}{20} : 5 = \frac{3}{4} = \frac{15}{20}$.

§. 17. Ein großer Bruch kann also in einen kleinern verwandelt werden, wenn man, nach §. 16., Zähler und Nenner immer durch einerley Zahl dividirt. Z. B.

```
(8 |(3 |
72 | 9 |3
---|---|-
96 |12 |4
```

Oder man dividirt die größere durch die kleinere Zahl, alsdann den Rest wieder in den vorherigen Divisor. Geht alles auf, so ist der letzte Divisor die Zahl, welche Zähler und Nenner theilet. Z. B. $\frac{3488}{4360}$.

```
3488|4360|1
    |3488|
    ------
     872|3488|4   Also theilt
       *|3488|
         -----
           0

*        (872|
872 den Bruch 3488|4
              ----|-
              4360|5.
```

Hebt sich nicht alles auf: so kann der Bruch nicht ganz aufgehoben werden, und der letzte Divisor zeigt, wie weit er sich heben läßt. Z. B.

```
384
---  384|812(2          *
812     |768    Die 4 hebt also den Bruch 384/812
        -----
         44|384(8        (4|
           |352         384| 96
           -----        ---|---   und nicht
            32|44(1     812|203
              |32                  weiter.
              ----
              12|32(2
                |24
                ----
                 8|12(1
                  | 8
                  ----
                   4|8(2
                  *|8
```

§. 18.

§. 18. Brüche von verschiedenen Nennern unter einerley Nenner zu bringen.

1) Es sind zwey Brüche gegeben. Man multiplicirt jeden Bruch durch den Nenner des andern. Z. B. $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{5}$. Man schreibt $\frac{5}{6} \times \frac{3}{5} = \frac{25 + 18}{30}$, ist so viel als $\frac{25}{30}$, $\frac{18}{30}$.

2) Es sind drey, vier und noch mehr Brüche gegeben. Man multiplicirt jeden Bruch durch das Produkt aus den übrigen Nennern. Z. B. drey Brüche 21) $\frac{3}{4}$, 12) $\frac{2}{7}$, 28) $\frac{1}{3}$ $= \frac{63 + 24 + 28}{84}$ ist eben so viel als $\frac{63}{84}$, $\frac{24}{84}$, $\frac{28}{84}$.

Vier Brüche. 60) $\frac{5}{6}$, 72) $\frac{3}{5}$, 120) $\frac{2}{3}$, 90) $\frac{1}{4}$ $= \frac{300 + 216 + 240 + 90}{360}$ ist eben so viel als $\frac{300}{360}$, $\frac{216}{360}$, $\frac{240}{360}$, $\frac{90}{360}$.

$4 . 3 = 12 . 5 = 60.$
$4 . 3 = 12 . 6 = 72.$
$4 . 5 = 20 . 6 = 120.$
$3 . 5 = 15 . 6 = 90.$

Oder man sucht einen gemeinschaftlichen Nenner, so, daß man sagt: in 24 ist 4 mal 6, und 6 . 3 = 18; 6 in 24 ist 4, und 4 . 5 = 20; 8 in 24 ist 3, und 3 . 3 = 9; 12 in 24 ist 2, und 2 . 7 = 14.

24
$\frac{3}{4}$ | 18
$\frac{5}{6}$ | 20
$\frac{3}{8}$ | 9
$\frac{7}{12}$ | 14
24

Das ist $\frac{18 + 20 + 9 + 14}{24}$.

§. 19. Man addirt Brüche, wenn man sie, nach §. 18., unter einerley Nenner bringt, und alsdann die Zähler addirt. Z. B. 15) $\frac{5}{8}$, 40) $\frac{2}{3}$, 24) $\frac{4}{5} = \frac{75 + 80 + 96}{120} = \frac{251}{120}$. Dividirt man 120 in den Zähler 251: so bekommt man $2\frac{11}{120}$. Ferner $4\frac{1}{5} + \frac{2}{3} + \frac{1}{2}$. Hier muß erst $3\frac{1}{5}$, nach §. 15., ein Bruch $\frac{16}{5}$ werden, und nun steht so: 6) 10) $\frac{2}{3}$, 15) $\frac{1}{2} = \frac{96 + 20 + 15}{30} = \frac{131}{30}$; das ist: $30 : 131 = 4\frac{11}{30}$.

§. 20. Man subtrahirt Brüche, wenn man sie unter einerley Nenner, nach §. 18., bringt, und alsdann zieht man die Zähler von einander ab. Z. B. $\frac{9}{10} - \frac{5}{8} = \frac{72 - 50}{80} = \frac{22}{80}$. Oder $6\frac{3}{4} - \frac{8}{9}$. Nach §. 15. steht $\frac{27}{4} - \frac{8}{9} = \frac{243 - 32}{36} = \frac{211}{36} = 5\frac{31}{36}$. Ferner: $8 - \frac{6}{7} = 7\frac{1}{7}$.

§. 21. Die Multiplication der Brüche wird verrichtet, wenn man die Zähler und Nenner mit einander multiplicirt. Z. B. $\frac{3}{7} \cdot \frac{5}{8} = \frac{15}{56}$. Ferner: $3\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{3}$. Man setzt, nach §. 15., $\frac{17}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{34}{15} = 2\frac{4}{15}$. Oder: $9 \cdot \frac{3}{4} = \frac{27}{4} = 6\frac{3}{4}$. Also die ganze Zahl mit dem Zähler multiplicirt und den Nenner darunter.

§. 22. Die Division der Brüche geschiehet, wenn man den Divisor umkehrt, und alsdann, wie

§. 18.,

§. 21., multiplicirt. Z. B. $\frac{8}{9}$: $\frac{2}{5}$ ($\frac{8}{9}$ dividirt durch $\frac{2}{5}$) die $\frac{2}{5}$ umgekehrt $\frac{5}{2}$; also $\frac{8}{9} . \frac{5}{2} = \frac{40}{18} = 2\frac{4}{18} = 2\frac{2}{9}$. Oder: $4\frac{3}{4} : \frac{2}{3}$. Man setzt nach §. 15., $\frac{19}{4} : \frac{2}{3}$, das ist, $\frac{19}{4} . \frac{3}{2} = \frac{57}{8} = 7\frac{1}{8}$. Ferner: $8 . \frac{3}{4}$. Man setzt $8 : \frac{4}{3} = \frac{32}{3} = 10\frac{2}{3}$. Also: die ganze Zahl mit dem Nenner multiplicirt, und den Zähler als Nenner untergesetzt.

Es scheint, als käme bey der Division zu viel heraus; aber dieß ist nicht. Wenn man 9 pf. : 3 pf. = 3 pf. Nun sind 9 pf. = $\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$ gl., und 3 pf. = $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ gl; aber $\frac{3}{4} : \frac{1}{4} = \frac{12}{4} = 3$ pf.

Decimal-Brüche.

§. 23. Decimal-Brüche sind, deren Nenner 10, 100, 1000, 10000 u. s. w. sind. Z. B. $\frac{3}{10}$, $\frac{4}{100}$, $\frac{6}{1000}$ sind solche Brüche, die zusammengesetzt $\frac{346}{1000}$ heißen. Die Nenner läßt man immer im Schreiben weg und denkt sie hinzu; der Nenner ist allemal die Einheit mit so viel Nullen, als der Zähler Zahlzeichen hat. Z. B. 346, d. i. $\frac{346}{1000}$. Die ganzen Zahlen vor den Brüchen werden mit . oder , abgesondert. Z. B. 4.731; d. i. $4\frac{731}{1000}$. Ist kein Ganzes vorhanden; so kommt 0 in dessen Stelle. Z. B. 0.472, d. i. $0,\frac{472}{1000}$, man sagt: kein Ganzes, $\frac{4}{10}$, $\frac{7}{100}$, $\frac{2}{1000}$.

§. 24. Einen gemeinen Bruch in einen Decimal-Bruch zu verwandeln. Man setzt an den

Zähler so viel Nullen, bis der Nenner, darein dividirt, aufgeht. Z. B. $\frac{3}{4}$ Ruthe. Es ist zu merken, daß 1 Ruthe hat 10 Fuß, 1 Fuß 10 Zoll, 1 Zoll 10 Linien oder Tertien, 1 Tertie 10 Quarten u. s. w. hat. Also $4)^{300}_{75}$ d. i. 7 Schuh oder Fuß, 5 Zoll; man schreibt auch $7'\ 5''$. Auf diese Weise kann man die verschiedenen Maaße vergleichen. Rheinländisch Maaß hat die Ruthe 12 Fuß; in Sachsen 1 Ruthe 16 Fuß, Will man z. B. $9'$ Rheinländisch in Decimalmaaß verwandeln, so sagt man: $\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$ und $4)^{300}_{75} = 7'\ 5''$. Ferner 8 sechzehntheilich ist $\frac{8}{16} = \frac{1}{2}$ und $2)^{10}_{5} = 5'$.

§. 25. Man kann die vier Rechnungsarten auf die Decimal-Brüche anwenden, wenn man die unter einander setzt, welche einerley bezeichnen. Also addirt man, wenn man die fehlenden Stellen durch Nullen ersetzt. Z. B. $4'\ 3''' + 1^\circ\ 2'' + 3^\circ\ 2'\ 5'''$. Man schreibt sie so:

$3^\circ.2'\ 0''5'''$		$3\frac{205}{1000}$
1, 0 2 0		$1\frac{20}{1000}$
4 0 3	das ist:	$\frac{403}{1000}$
4. 6 2 8		

subtrahirt man, wenn man die fehlenden Stellen durch Nullen ersetzt; z. B. von $4^\circ\ 2''\ 4''''$ abgezogen $2^\circ\ 3'\ 5'''$. Man schreibt so:

4°

$$\begin{array}{lr} 4^{\circ}0'2''0'''4'''' & 4\frac{204}{10000} \\ \underline{2\;3\;0\;5\;0} & \\ 1.7\;1\;5\;4 & \text{das ist: } 2\frac{3050}{10000} \end{array}$$

multiplicirt man, wenn man die gleich bedeutenden unter einander setzt, und die fehlenden Stellen durch Nullen ersetzt; z. B. $2^{\circ}3''4'''$ multiplicirt durch durch $3'2'''$. Man setzt:

$$\begin{array}{r} 2^{\circ}0'3''4''' \\ \underline{3\;0\;2} \\ 4\;0\;6\;8 \\ \underline{6\;1\;0\;2\;\;\;\;} \\ 6\;1\;4\;2\;6\;8 \end{array}$$

Wenn aber die Zeichen auf einander folgen, also:

$4^{\circ}2'3''$ multiplicirt durch $1'4''$

$$\begin{array}{r} \underline{1\;4} \\ 1\;6\;9\;2 \\ \underline{4\;2\;3\;\;\;} \\ 5\;9\;2\;2 \end{array}$$

dividirt man, wenn die Zeichen auf einander folgen, wie §. 12., z. B. $8^{\circ}4'2''4'''$ dividirt durch $2''4'''$, also: $24)\frac{8424}{351}$, d. i. $3'5''1'''$. Wenn aber die Zeichen nicht auf einander folgen, werden die Stellen durch Nullen ersetzt; z. B. $2^{\circ}4'4''8'''$ divividirt durch $2'4'''$. Man setzt:

$$\begin{array}{r|l} 2'0''4''' & 2448(1''2'''. \\ & \underline{204} \\ & \;\;408 \\ & \;\;\underline{408} \end{array}$$

§. 25.

§. 26. Indem man zwey Zahlen gegen einander hält, und sieht auf ihren Unterschied, den man entweder durch die Subtraktion, oder durch die Division findet: so hat man ein **Verhältniß**, welches **arithmetisch** genennt wird, wenn der Unterschied durch die Subtraktion entsteht, und **geometrisch** heißt, wenn der Unterschied durch die Division erwächst. So ist 3 zu 7 (man schreibt 3 — 7) arithmetisch, und 3 zu 12 (man schreibt 3 : 12) geometrisch. Denn 3 abgezogen von 7 läßt 4, und 3 in 12 giebt 4. Der Unterschied im geometrischen Verhältnisse heißt **Exponent**.

Zwey Verhältnisse von einerley Unterschied geben eine **Proportion**. Diese ist auch **arithmetisch** und **geometrisch**. So ist 3 — 5 = 4 — 6 (3 zu 5 wie 4 zu 6) arithmetische; denn 3 — 5 = 2 und 4 — 6 = 2; und ferner 4 : 12 = 5 : 15 (4 zu 12 wie 5 zu 15) geometrische Proportion; denn 4 : 12 = 3, und 5 : 15 = 3.

Jede Proportion hat also vier Glieder. Ist nun das zweyte zugleich das dritte Glied, als 3 — 5 = 5 — 7, und 3 : 9 = 9 : 27: so wird die Proportion **continuirlich, stetig, zusammenhangend** genennt. Wird diese immer so fortgeführt: so entsteht **Progreßion**. Diese ist auch arithmetisch und geometrisch. So ist 2 — 5 — 8 — 11 — 14 arithmetische, und 2 : 4 : 8 : 16 : 32 geometrische Progreßion. Selbst 1, 2, 3, 4, 5,

5, 6, 7, 8, 9 ist arithmetische Progreßion und zwar natürliche.

§. 27. Eine geometrische Proportion kann versetzt werden, und die Glieder bleiben immer in gleichem Verhältnisse. Z. B.

3 : 12 = 4 : 16; denn 3 : 12 = 4, und 4 : 16 = 4;
12 : 3 = 16 : 4; denn 12 : 4 = $\frac{3}{12}$ = $\frac{1}{4}$, und 16 : 4 = $\frac{4}{16}$ = $\frac{1}{4}$;
3 : 4 = 12 : 16; denn 3 : 4 = $1\frac{1}{3}$, und 12 : 16 = $1\frac{4}{12}$ = $1\frac{1}{3}$;
4 : 3 = 16 : 12; denn 4 : 3 = $\frac{3}{4}$, und 16 : 12 = $\frac{12}{16}$ = $\frac{3}{4}$;
16 : 4 = 12 : 3; denn 16 : 4 = $\frac{4}{16}$ = $\frac{1}{4}$, und 12 : 3 = $\frac{3}{12}$ = $\frac{1}{4}$.

Aus allen diesem erhellet, daß, wenn die drey ersten Glieder gegeben sind, man das vierte finden könne.

1) Wenn das Produkt aus dem zweyten und dritten Gliede, durch das erste Glied dividirt wird; z. B. 3 : 12 = 4. Es wird 12 . 4 = 48 : 3 = 16.

12, 3, 16 Es wird 3 . 16 = 48 : 12 = 4.
3, 4, 12 . . 4 . 12 = 48 : 3 = 16.
4, 3, 16 . . 3 . 16 = 48 : 4 = 12.
16, 4, 12 . . 4 . 12 = 48 : 16 = 3.

2) Wenn das zweyte Glied mit dem Quotienten aus dem ersten und dritten Gliede multiplicirt wird; z. B.

3, 12, 4 es wird 3 : 4 = $1\frac{1}{3}$. 12 = 16.
12, 3, 16 . . 12 : 16 = $1\frac{1}{3}$. 3 = 4.
3, 4, 12 . . 3 : 12 = 4 . 4 = 16.
4, 3, 16 . . 4 : 16 = 4 . 3 = 12.
16, 4, 12 . . 16 : 12 = $\frac{12}{16}$. $\frac{3}{4}$ = 4 = $\frac{12}{4}$ = 3.

3) Wenn man mit dem Exponenten des ersten und zweyten Glieds das dritte Glied multiplicirt; z. B.

3, 12, 4 es ist aus 3 und 12 Expon. 4 . 4 = 16.
12, 3, 16 . . . 12 . 3 . $\frac{3}{12}$ = $\frac{1}{4}$. 16 = $\frac{16}{4}$ = 4.
3, 4, 12 . . . 3 . 12 . 4 . 4 = 16.
4, 3, 16 . . . 4 . 16 . 4 . 3 = 12.
16, 4, 12 . . . 16 . 12 . $\frac{12}{16}$ = $\frac{3}{4}$. 4 = $\frac{12}{4}$ = 3.

4) wenn man das erste und zweyte Glied durch eine Zahl kleiner macht. Wird alsdann das erste Glied 1; so muß das zweyte kleiner gewordene Glied, multiplicirt mit dem dritten, das vierte Glied geben. Ist aber das zweyte Glied auf gebracht: so wird das erste kleiner gewordne Glied, dividirt in das dritte, das vierte Glied geben. Z. B.

3) 3, 12, 4, also 4 . 4 = 16.
   1 4

3) 12, 3, 16, also 4 : 16 = 4.
   4 1

Regula

Regula de tri.

§. 27. Hierauf beruhet nun der Satz von Dreyen, Regula de tri genennt, wovon die Grundregel die ist: das zweyte und dritte Glied multiplicirt und das Produkt durch das erste dividirt, giebt das zu findende vierte Glied. Z. B.

3 lb. 18 gl. was 8 lb.?
8
―――
3) 144
―――
48 gl. = 2 Thlr.

6 lb. 2 Thlr. 8 gl. 10 pf. was 30 lb.?
24
―――
48 gl. Die Thlr. zu gl.
8 — dazu gethan.
―――
56 gl. Diese gl. mit
12 pf. zu pf.
―――
112
56
―――
672 pf. dazu gethan
10 giebt
―――
682 pf. Summe aller pf.
―――
30 drittes Glied, multiplicirt
―――
20460
―――
er. 6) 3410 pf. die gl. und Thlr. gemacht nach
stes 12) 284 gl. 2 pf. §. 12.
Glied 24) 11 Thlr. 20 gl. 2 pf.
dividirt.

Die-

Diese Ausrechnung ist in Geschäften zu weitläuftig; daher hat man auf Abkürzungen gedacht. Man gewinnt schon viel, wenn man, an Statt mit kleinen Sorten zu multipliciren, damit dividirt, und zwar mit den Quotienten aus den kleinern in die größern Sorten. Wir wollen einige betrachten. Ein Groschen hat 12 pf. und in 12 geht nur 2, 3, 4, 6 gerade auf; daher müssen die Pfennige, welche nicht in 12 aufgehen, in solche Zahlen zerfällt werden, welche alle in 12 aufgehen. Ferner: 1 Thlr. hat 24 gl., und in 24 geht nur 2, 3, 4, 6, 8, 12 gerade auf; daher müssen die Groschen, die nicht in 24 aufgehen, in solche Zahlen zerfällt werden, die in 24 aufgehen. Desgleichen 1 lb. hat 32 Loth, in 32 geht nur 2, 4, 8, 16 auf; daher müssen die Lothe, welche nicht in 32 aufgehen, in solche Zahlen zerfällt werden, die in 32 aufgehn. So mit allen kleinen Sorten.

Hat man dieses sich bekannt gemacht, so kann man, ohne zu multipliciren, gleich die nächst größere Sorte haben, wenn man mit dem Quotienten der kleinen Sorte aus der nächst größern ihren Theilen, die gegebene Zahl dividiret. Z. B.

8 pf. multiplicirt mit 24; sagt man: 8 pf. = 4 + 4 und 4 pf. aus 1 gl., das ist 12 pf. = 3; also 3 : 24 = 4 gl.; die andre 4 ist auch $\frac{1}{3}$, also kommt das nämliche nun 4 + 4 = 8 gl. heraus. Ferner: 20 gl. multiplicirt mit 17. Man sagt:

20 gl.

20 gl. = 12 + 8, denn 12 ist $\frac{1}{2}$ von 1 Thlr. = 24 gl., und 8 ist $\frac{1}{3}$ von 1 Thlr. = 24. Statt 20 . 17 also 2 : 17 = 8 Thlr. 12 gl. und 3 : 17 = 5 Thlr. 16 gl., die 8 Thlr. 12 gl. gethan zu 5 Thlr. 16 gl. giebt 14 Thlr. 4 gl.

Eben so 77 lb. multiplicirt mit 42, und 77 = 55 + 22; denn 55 ist $\frac{1}{2}$ von 110 lb. = 1 Ct., und 22 = $\frac{1}{5}$ von 110. Man sagt also: 2 : 42 = 21 Ct. und 5 : 42 = 8 Ct. 44 lb., das sind 29 Ct. 44 lb.

Desgleichen 28 Loth multiplicirt mit 36, so ist 28 = 16 + 8 + 4 und 16 = $\frac{1}{2}$ von 32 = 1 lb., 8 = $\frac{1}{4}$ von 32, 4 = $\frac{1}{8}$ von 32; also 2 : 36 = 18 lb., 4 : 36 = 9 lb. und 8 : 36 = 4 lb., 16 Loth, das sind 18 + 9 + 4 lb. und 16 Loth = 31 lb. 16 Loth.

§. 28. Wir wollen nun einige Vortheile angeben, um das Weitläuftige abzukürzen.

I. Man mache durch einerley Zahl das erste und zweyte Glied, oder das erste und dritte Glied, so klein als möglich, und wende dann die Vortheile des §. 27. an. Z. B.

6 lb. 2 Thlr. 8 gl. 10 pf. was 30 lb.?
2) 3 . 1 . 4 . 5 . 3) 10
3) 1 10 .
10 Thlr. 16 gl.
1 . 4 . 2 pf.
11 Thlr. 20 gl. 2 pf.

Man

Man sagt 6 lb. 2 Thlr. 8 gl. 10 pf. was 30 lb.?
dividirt mit 2) 3 . 1 . 4 . 5 . 3) 10
das erste und
dritte Glied di-
vidirt mit 3) 1
so steht 1 lb. 1 Thlr. 4 gl. 5 pf. was 10 lb.?
multiplicirt mit 10
giebt 10 Thlr. und 4 gl. $\frac{1}{6}$, also
10 : 6 giebt 1 . 16 gl. und 5 = 3 + 2
3 = $\frac{1}{4}$, 2 = $\frac{1}{6}$ divi-
dirt 10:4 = 2 gl. 6 gl. 4 . 2 pf.
und 10 : 6 = 1 gl. 8 pf. =
In Summa 11 Thlr. 20 gl. 2 pf.

Ferner: 30 lb. 11 Thlr. 20 gl. 2 pf. was 6 lb.?
6) 5 5) 2 . 8 10 . 6) 1

II. Wenn durch Theilung der Glieder, nach I, weder das erste noch dritte Glied auf 1 gebracht werden kann ohne einen Bruch: so ist alsdann das erste Glied kleiner als das dritte, oder das dritte kleiner als das erste. Ist das erste Glied kleiner: so dividire man es in das dritte, und den Rest ganz oder zerfällt in das erste Glied. Mit jenem Quotienten wird in das zweyte Glied, mit Anwendung des §. 27. verfahren, und mit diesen Quotienten das zweyte Glied dividirt. Z. B.

24 lb.

24 lb. 7 Thlr. 18 gl. 8 pf. was 102 lb.?
4) 6 1 . 22 . 8 . 2) 51
2) 3 17 3) 17
3) 1 17 Thlr. 12 gl. *
* 8 . 6 . 8 pf.
4 . 20 . 8 .
2 . 5 . — .
— . 5 . — .
33 Thlr. 1 gl. 4 pf.

Oder: 106 lb. 9 Thlr. 20 gl. 10 pf. was 477 lb.?
2) 53 4 . 22 . 5 . 53) 477|9
53) 1 9 . 0
36 . 12 . — .
4 . 6 . — . 9 pf.
2 . 12 . — .
1 . 3 . — .
44 Thlr. 9 gl. 9 pf.

Ferner: 16 lb. 10 Thlr. 4 gl. 5 pf. was 136 lb.?
8) 2 8½ 8) 17
2) 1 80 Thlr. 8 gl. 4 pf. 2) 8½
1 . 3 . — .
mit 2 von ½ dividirt 5 . 2 . 2½ .
für 136 giebt: 86 Thlr. 13 gl. 6½ pf.

Ferner: 24 Ctr. 338 Thlr. 8 gl. was 8 Ctr.?
8) 3 3) 8) 1
für 8 Ctr. giebt 112 Thlr. 18 gl. 8 pf.

Nun,

Nun, wenn der dritte Satz kleiner ist und geht nicht auf: so multiplicirt man mit dem klein gemachten dritten Gliede das zweyte, und dividirt das Produkt durch das erste Glied. Z. B.

48 lb. 22 Thlr. • gl. 8 pf. was 18 lb.?
6) 8 8) 66 • 2 • — • (3 6) 3
für 18 giebt: 8 Thlr. 6 gl. 3 pf.

Oder: 56 lb. 8 Thlr. 4 gl. 6 pf. was 36 lb.?
4) 14 2) 4 • 2 • 3 • 4) 9 zerfällt.
Nun mit 2 und 7) 1 • 4 • $\frac{6}{7}$ • in 7 + 2, und
7 dividirt das 5 Thlr. 6 gl. $3\frac{6}{7}$ pf. 7 : 14 = 2,
zweyte Glied. 2 : 14 = 7,

Der Holländer de Rees setzt die Exempel so, z. B. 16 lb. 10 Thlr. 4 gl. 5 pf. was 136 lb.?

1 ~~16~~ | 10 Thlr. 4 gl. 5 pf.
x | ~~136~~ $8\frac{8}{16} = 8\frac{1}{2}$
1 . x | 10 Thlr. 4 gl. 5 pf. . $8\frac{1}{2}$
81 • 11 • 4 •
5 • 2 • $2\frac{1}{2}$ •
86 Thlr. 13 gl. $6\frac{1}{2}$ pf.

Ferner: 56 lb. 8 Thlr. 4 gl. 6 pf. was 36 lb.?

(4
14 ~~56~~ | 8 Thlr. 4 gl. 6 pf.
x | ~~36~~ 9
14 . x | 8 Thlr. 4 gl. 6 pf. . 9 = 7 + 2
2 4 • 2 • 3 •
7 1 • 4 • $\frac{6}{7}$ •
5 Thlr. 6 gl. $3\frac{6}{7}$ pf.

Die

Die Regel de tri in Brüchen wird nach eben dem Verfahren ausgeübt; z. B.

multiplicirt. dividirt §. 2. (4 | (3

$\frac{3}{4}$ lb. $\frac{5}{8}$ Thlr. was $\frac{9}{16} = \frac{45}{128} : \frac{3}{4} = \frac{180}{384} \Big| \frac{45}{96} \Big| \frac{15}{32}$ thl.

Dieses hat manchmal seinen Vortheil auch bey ganzen Zahlen, wenn an dem 1. oder 3. Gliede kleinere Sorten sind; denn da kann man alles in Brüche verwandeln. Z. B.

$2\frac{1}{2}$ lb. 2 Thlr. 3 gl. 4 pf. was $7\frac{1}{2}$ lb.?

$\frac{5}{2}$ (2 struck through) $\quad$ 3 $\quad$ 5) 15 $\quad$ 15

6 Thlr. 10 gl. $\quad$ 3 $\quad$ 2 (struck through)

Ferner: $2\frac{1}{8}$ lb. 3 Thlr. was $4\frac{3}{4}$ lb.?

$\frac{17}{8}$ $\quad$ $\frac{3}{1}$, $\quad$ $\frac{19}{4}$

(4

$\frac{57}{4} : \frac{17}{8} = \frac{456}{68} \Big| \frac{114}{17} = 6\frac{12}{17}$ Thlr.

Oder man verwandelt es in die kleinen Sorten, und verfährt wie oben; z. B.

2 lb. 8 Lth. 3 Thlr. 14 gl. 9 pf. was 8 lb. 8 Lth.?

72 Loth. $\quad$ 264 Loth.

6) 12 $\quad$ 3 Thlr. 14 gl. 9 pf. $\quad$ 4) 44

4) 3 $\quad$ 3 . $\frac{1}{3} + \frac{1}{3}$ $\quad$ 11

10 . 20 . 3 $\quad$ 3) $3\frac{2}{3}$

2 . 9 . 4 .

13 Thlr. 6 gl. 1 pf.

Diese Art der Regula de trie wird die gerade genennt, und folgende Regel lehret erkennen, ob ein

ein Exempel hieher gehört: je größer die Fragezahl ist, desto größer muß die, in eben den Verhältnisse zu findende Zahl seyn; und je kleiner die Fragezahl ist, desto kleiner muß die, in eben dem Verhältnisse zu findende Zahl seyn.

Die Probe kann am leichtesten gemacht werden, wenn man entweder 1) das 3. 4. und 1. Glied ansetzt: so kommt das zweyte Glied heraus. Z. B. obiges Exempel: 16 lb. 10 Thlr. 4 gl. 5 pf. was 136 lb.? gaben 86 Thlr. 13 gl. $6\frac{1}{2}$ pf:

Man setze: 136 lb. 86 Thlr. 13 gl. $6\frac{1}{2}$ pf. was 16 lb.?
8) 17 17) 5 . 2 . $2\frac{8}{17} + \frac{1}{34} =$ 8) 2
16 + 1
also: 5 . 2 . $2\frac{1}{2}$ pf. (2 34
10 Thlr. 4 gl. 5 pf. $= \frac{17}{34} = \frac{1}{2}$
welches das zweyte Glied war.

oder 2) man multiplicirt mit einander das 1. und 4., so wie das 2. und 3. Glied, und die Produkte müssen gleich seyn. Z. B. obiges Exempel:

24 Ctr. 338 Thlr. 8 gl. was 8 Ctr.? gaben
8 112 Thlr. 18 gl. 8 pf.
2706 Thlr. 16 gl. 24
448 16
224
12
6
2706 Thlr. 16 gl.

oder

oder 3) man dividirt das 1. und 2., so wie das 3. und 4. Glied, und man bekommt einerley Quotienten. Z. B. 48 lb. 22 Thlr. - gl. 8 pf. was 18 lb.? 8 Thlr. 6 gl. 3 pf. Man verwandle nach dem Vortheile §. 11., die Thlr. in pf., so stehet:

	48 lb.	6344 pf.	was	18 lb.	2379 pf.
8)	6.	793	3)	6.	793
	6)	$132\frac{1}{6}$		6)	$132\frac{1}{6}$

§. 29. Wenn bey drey gegebenen Gliedern, woraus man das vierte finden soll, folgender Satz statt findet: je größer die Fragezahl ist, desto kleiner muß in eben dem Verhältnisse die zu findende Zahl seyn; und je kleiner die Fragezahl ist, desto größer muß die zu findende Zahl in eben dem Verhältnisse werden: so nennet man die Regula de tri die inversa. Es kommt hier blos darauf an, wo man die Fragezahl hinsetzt. Steht die Fragezahl als erstes Glied: so gilt die Regel des §. 28. sammt allen Vortheilen. Steht die Fragezahl als drittes Glied: so wird das 1. und 2. Glied multiplicirt, das Produkt aber durch das 3. Glied dividirt. Z. B. Mit einer bestimmten Summe werden 400 Mann in 16 Monaten unterhalten, wie viel können mit der nämlichen Summe in 25 Monaten Leute unterhalten werden? Die Fragezahl ist 25 Monat, und die steht entweder vorne

25 Monat 400 Mann wie viel in 16 Monat?
5) 5 80 16 geht nach
5) 1 16 256 M. §. 28.

oder die Fragezahl steht als drittes Glied:

16 Monat 400 Mann 25 Monat?
16
25) 6400
256 Mann.

Man braucht $6\frac{1}{2}$ Elle Tuch, das $\frac{6}{4}$ breit ist, wie viel braucht man, wenn es $\frac{7}{4}$ breit ist? Man sagt:

$$\frac{7}{4},\ \frac{6}{4},\ 6\frac{1}{2} = \frac{13}{2} \cdot \frac{6}{4} = \frac{78}{8} : \frac{4}{7} = \frac{312}{56} \Big| (4\ \frac{78}{14} \Big| (2\ \frac{39}{7} = 5\frac{4}{7} \text{ Ellen.}$$

Dieses ist also ein Exempel aus der Regula de tri inversa in Brüchen. Ferner: man giebt in einer Festung täglich jedem Manne 27 Loth Brod und 3 Quartier Bier, und man hat noch auf 30 Tage Vorrath. Nun wird die Festung belagert, und man will es eintheilen, daß man 90 Tage reiche, wie viel muß man jedem geben? Dieses Exempel muß doppelt berechnet werden, und zwar muß man erst Brod und alsdann Bier berechnen.

Man sagt: 9̸0 Tage 27 Loth wie viel in 3̸0 Tagen?
3 3) 9 Lth. Br. 1

90 Tage 3 Quartier Bier, wie viel in 30 Tagen?
3   3) 1 Quartier Bier. Also 9   1
Loth Brod und 1 Quartier Bier.

Nach dem Holländer, de Rees, setzt man das Exempel so an, daß man die Ursache von der Wirkung auf die linke, und der andern Wirkung Ursache auf die rechte Seite setzet. Z. B. Ein Brunnen wird in 9 Tagen von 16 Mann gegraben, wie lange werden 24 Mann graben?

3   9 | 24 Mann 3 1   16 und 24 kleiner gemacht
2   16 | x Tage.   durch 8.
3.   2 | 1. x d. i. 6 Tage. 3 und 9 kleiner gemacht
durch 3.

Die Probe wird wie im §. 28. gemacht.

§. 30. Wenn noch Nebenumstände angegeben werden, daß also fünf Glieder werden: so wird das die zusammengesetzte Regula de tri genennt. Man nennt sie auch die Regula quinque.

Hier müssen erst die Hauptglieder mit ihren Nebengliedern multiplicirt werden, und alsdann, wenn das Exempel in die Regula de tri directa gehört, so wird der §. 28. angewendet; gehört es aber in die Regula de tri inversa: so wird nach §. 29. verfahren.

Z. B. 196 Thlr. geben in 4 Jahren 36 Thlr. 8 gl.
Nun 4 was geben 392 Thlr. in 8 Jahr.

kleiner	784		8
ge. 8)	98	8)	3136
macht. 2)	49	2)	392
49)	49	49)	196
	1		4

Also steht: 1 — 36 Thlr. 8 gl. was 4?
4

145 Thlr. 8 gl. welches 392 Thlr. in 8 Jahren geben.

Nach der Reesischen Art. 100 Thlr. geben in 12 Monat 5 Thlr. wie viel 568 Thlr. in 8 Monat?

Kleiner gemacht 100, 5 mit 5; ferner 12, 8 mit 2; ferner 20, 568 mit 4; fernen 6, 142 mit 2.

5 20	100 Thlr.	5 Thlr.	1		
3 6	12 Mon.	568 Thlr.	142	71	
	x Thlr.	8 Mon.		4	
5. 3	x	4. 71			

das ist: 15 x = 284

das ist: $18\frac{14}{15}$ Thlr. oder 18 Thlr. 22 gl. $4\frac{4}{5}$ pf., wenn man 14 Thlr. zu gl. macht: so sind es 336 gl. : 15 = 22 gl. und 6 gl. = 72 pf. bleiben zu dividiren mit 15 = $4\frac{12}{15}$ = $4\frac{4}{5}$ pf.

Nun noch ein Exempel aus der **Regula de tri composita inversa.**

Einer

Einer erhält von 12 Miethleuten in 18 Wochen 120 Thlr., er will aber alle Jahre 1040 Thlr. einnehmen, wie viel muß er Kostgänger haben?

Man sage:

120 Thlr. . 52 Wochen : 1040 Thlr. . 18 Wochen
120   18 = 12 : zu den zu
6240 . . . | 18720 (3 . . 3 findenden
18720   36 die Zahl
0   der zu findenden
Kostgänger.

Will man hier die Probe machen, so geschieht es in Ansehung der geraden zusammengesetzten Regula de tri, wie §. 28. 1); oder nach 2), indem man z. B. im obigen Exempel 196 Thlr. geben in 4 Jahren u. s. w., das 1 und 4, so wie das 2 und 3 Glied multiplicirt; oden 3), indem man das 1 und 3, so wie das 2 und 4 Glied dividirt.

Und in der inversa, wie §. 28. 1); nach 2), indem im Exempel 120 Thlr. 52 W. 6240 . 36 und 18720 . 12; und nach 3), indem 18720 : 6240 = 3, und 36 : 12 = 3.

§. 31. Wenn die Verhältnisse aus vielen andern zusammen gesetzt sind, daß man also die Regel de tri vielmal anwenden muß: so wird das die Kettenrechnung, die Regula multiplex genennt. Z. B. 20. Mann, welche 15 Wochen täglich 6

Stunden arbeiten, bekommen überhaupt 1000 Thlr., wie viel werden 36 Mann bekommen, welche 4 Wochen, und des Tages 8 Stunden arbeiten? — Hier wird man 3 Proportionen finden, welche nach der Regel de tri zu berechnen sind, nämlich:

20 : 36 = 1000 : x d. i. 20 Mann zu 36 Mann, wie 1000 Thlr. zu den zu findenden

15 : 4 = x : y — 15 Wochen zu 4 Wochen, wie das vorige 4 Glied zu dem zu findenden

6 : 8 = y : z — 6 Stunden zu 8 Stunden, wie das zweyte 4 Glied zu dem zu findenden.

Weitläuftig: 2~~0~~ : 36 = 100~~0~~ : 1800 = x
2) 1   50   2) 50
1800

15 : 4 = 1800 : 480 = y
15) 1   120   15) 120
480

6 : 8 = 480 : 640 Thlr. = z als so viel 36 Mann bekommen, die 4 Wochen und täglich 8 Stunden arbeiten.
6) 1   80   6) 80
640

Kürzer:

Kürzer:

Man dividire 20 in 1000 = 1 : 50; ferner 15 : 5 und 50 : 5 = 3 : 10; ferner 36 : 6; ferner 3 und 6 : 3 = 1 und 2.

20 : 36 = 1000 : x
15 : 4 = x y
6 : 8 = y z

20.15.6 - 36.4.8. - 1000 - z
1 3 1 6 50
1 2 10

so ist 1.1.1, 2.4.8 = 10 : z; das ist 2.4 = 8.8 = 64.10 = 640 = z.

Noch ein Exempel nach der Reesischen Art angesetzt.

15 Mann, welche täglich 10 Stunden arbeiten, machen in 5 Wochen 3 Tagen 50 Ellen Graben, wie viel Mann braucht man, wenn 120 Ellen gemacht werden sollen, und die Leute 3 Wochen 4 Tage lang täglich 15 Stunden arbeiten sollen?

1	15	Mann	50	Ellen	5 1
1	10	Stunden	x	Mann	
1	5	Wochen	3	Wochen	1
1	3	Tage	4	Tage	1
30	120	Ellen	15	Stunden	1
30	=		x, d. i. 30 Mann braucht man.		

Man hebt gegen einander auf 15 und 15; 10 und 50 giebt 5; diese 5 und 5 Wochen; 3 und 3; 4 : 120 = 30.

§. 32.

§. 32. Wenn Zusammenlagen geschehen zu einem Zwecke, und man soll berechnen, wie viel auf jede Einlage an erhaltenen Gewinnste oder Verluste falle: so wird das Gesellschaftsrechnung genannt. Selbige ist einfach, wenn einerley Zeit dabey angenommen wird, und zusammengesetzt, wenn unterschiedene Zeiten angegeben sind, unter welchen das Zusammenlegen geschiehet. Es ist gleich klar, daß, so viel Einlagen sind, eben so vielmal muß die Regel de tri directa angewendet werden. Die Grundregel ist: **Die Einlagen addirt, geben den ersten Satz, Gewinnst oder Verlust den zweyten, und jedes Einlage den dritten Satz.**

Eben diese Regel gilt auch bey der zusammengesetzten Gesellschaftsrechnung, nur müssen erst die Einlagen mit ihren Nebensätzen multiplicirt, und die Produkte, angesehen als die Einlagen, addirt werden. Z. B. Drey Personen legen Geld zusammen, um zu handeln, 1) 332 Thlr. 2) 498 Thlr. 3) 166 Thlr., und damit gewinnen sie 252 Thlr. 11 gl., was bekommt jeder?

332 Thlr. die Einlagen addirt.
498 „
166 „
996 Thlr. Summe

Nun

Nun nach §. 28.

$$\begin{array}{l} 996 - 252\ \text{Thlr.}\ 11\ \text{gl. was}\ 332? \\ 4)\ 249\quad 3)\ 84\ \text{Thlr.}\ 3\ \text{gl.}\ 8\ \text{pf.}\ 4)\ 83 \\ 83)\ 3 \qquad\qquad\qquad\qquad 83)\ 1 \end{array}$$

des Ersten Antheil vom Gewinnste.

$$\begin{array}{l} 996 - 252\ \text{Thlr.}\ 11\ \text{gl. was}\ 498? \\ 498)\ 2\quad 2)\ 126\ \text{Thlr.}\ 5\ \text{gl.}\ 6\ \text{pf.}\quad 1 \end{array}$$

des Andern Antheil vom Gewinnste.

$$\begin{array}{l} 996 - 252\ \text{Thlr.}\ 11\ \text{gl. was}\ 166? \\ 166)\ 6\quad 6)\ 42\ \text{Thlr.}\ 1\ \text{gl.}\ 10\ \text{pf.}\quad 1 \end{array}$$

des Dritten Antheil vom Gewinnste.

Man addire die Antheile vom Gewinnste:

	84 Thlr.	3 gl.	8 pf.
	126 -	5 -	6 -
	42 -	1 -	10 pf.
so ist die Summe:	252 Thlr.	11 gl.	

gleich dem ganzen Gewinnste, welches die Probe abgiebt.

Nun einige Vortheile. Wenn die Einlagen in ihrer Summe aufgehen: so dividire man mit diesen Quotienten den Gewinnst oder Verlust, um eines jeden Antheil am Gewinnste zu erhalten. Z. B.

1) ist in der Summe 3,	1) 332 Thlr.	gewinnen
2) ist 2,	2) 498 -	
3) — 6mal	3) 166 -	

252 Thlr. 11 gl. was jeder?
3) 84 . 3 . 8 pf.
2) 126 . 5 . 6 .
6) 42 . 1 . 10 .
Probe. 252 Thlr. 11 gl.

Eben so: der 1. gewinnt 84 Thlr. 3 gl. 8 pf. } die
. . . 2. . 126 . 5 . 6 . } Sum-
. . . 3. . 42 . 1 . 10 . } me der
Einlagen ist (der?
In dieser Summe ist 996 Thlr. wie viel gab je-
1) enthalten 3 3) 332 Thlr. der 1. }
2) . 2 2) 498 . . 2. } legte ein.
3) . 6 6) 166 . . 6. }

Wenn der Gewinnst oder Verlust in der Summe der Einlagen gerade aufgeht: so dividire man mit dem Quotienten jedes Einlage, um dessen Antheil zu bekommen. Z. B.

Es legt ein der 1) 428 Thlr. }
. . . . 2) 756 . } gewinnen
. . . . 3) 1309 . } (jeder?
831 gl.) 2493|3 *34 Thlr. 15 gl. was
2403| 831 gl. nach §. 11.
0 mit dieser 3 dividirt

428 giebt 142 gl. 8 pf. das sind 5 Thlr. 22 gl. 8 pf.
756 . 252 . — . . . 10 . 12 . — .
1309 . 436 . 4 . . . 18 . 4 . 4 .
*34 Thlr. 15 gl.

Wenn

Wenn die Summe der Einlagen im Gewinnste oder Verluste aufgehet: so multipliciret man mit dem Quotienten eines jeden Einlage. Z. B.

Es legt ein der
1) 146 Thlr. } (jeder?
2) 221 . } gewinnen * 14 Thlr. 3 gl. 6 pf. was
3) 312 . }

339 gl. nach §. 11.

679) 4074 pf. |
4074 |6, mit dieser 6 multiplicirt

146 th. = 876 pf. = 73 gl. = 3 th. 1 gl.
6. 221 . = 1326 . = 110 . 6 pf. = 4 . 14 . 6 pf.
312 . = 1872 . = 156 . = 6 . 12 . — .

* 14 th. 3 gl. 6 pf.

Man verfährt wie bey dem ersten Exempel, wenn keiner der Vortheile angehet, und man braucht alsdenn alle Vortheile des §. 27.

Nun noch einige Exempel aus der zusammengesetzten Gesellschaftsrechnung.

Es legt ein der
1) 207 Thlr. auf 3 Jahr } (was jeder?
2) 207 . . 2 . } sie verlier. * 17 Thlr. 6 gl.
3) 69 . . 3 . }

414 gl.

Produkte 621
414
207

1242.

Nun:

Nun: 1242 : 414 = 621 : x
6) 207 69 3) 207 gl. = 8 Thlr. 15 gl.
3) 69 23 erster Antheil = x
3) 23 1
23) 1

1242 : 414 = 414 : y
414) 3 .. 3) 138 gl. = 1
5 Thlr. 18 gl. zweyter Antheil = y

1242 : 414 = 207 : z
207) 6 6) 69 gl. 1
= 2 Thlr. 21 gl. dritter Antheil = z

8 Thlr.	15 gl.
5 -	18 -
2 -	21 gl.
*17 Thlr.	6 gl.

Kürzer:

1) 207 Thlr. auf 3 Jahr = 621 }
2) 207 - - 2 - = 414 } verlieren
3) 69 - - 3 - = 207 } 17 Thlr. 6 gl.

2)	8 -	15 -
3)	5 -	18 -
6)	2 -	21 -
	17 Thlr.	6 gl.

Oder:

1) 207 Thlr. — 3 = 621 }
2) 207 - — 2 = 414 } 17 Thlr. 6 gl. / 414 gl.
3) 69 - — 3 = 207 }

414) 1242
1242 | 3 diese 3 dividirt
120

621 = 207 gl. = 8 Thlr. 15 gl.
414 = 138 · = 5 · 18 ·
207 = 69 · = 2 · 21 ·
17 Thlr. 6 gl.

Ferner: Es legt ein der
1) 146 Thlr. auf 2 Jahr = 292 }
2) 221 · · 2 · = 442 } gewinnen
3) 156 · · 4 · = 624 }
1358

† 18 Thlr. 20 gl. 8 pf. was jeder?

452 gl.

1358 | 5432 pf. | 4*
5432

0 *multiplicirt mit 4 die

292 = 1168 = 97 gl. 4 pf. = 4 Thlr. 1 gl. 4 pf.
442 = 1768 = 147 · 4 · = 6 · 3 · 4 ·
624 = 2496 = 208 · — · = 8 · 16 · — ·
† 18 Thlr. 20 gl. 8 pf.

§. 33. Das Produkt, welches erwächst, indem eine Zahl mit sich selbst multiplicirt wird, nennt man die Quadratzahl, und derselben Wurzel die Quadratwurzel, das ist die Zahl, die mit sich selbst multiplicirt wird. Wird die Quadratzahl mit ihrer Wurzel multiplicirt: so heißt die Zahl die Cubiczahl, Würfelzahl, und die Wurzel nun Cubicwurzel. Die Wurzeln, Quadratzahlen

zahlen und Cubiczahlen der ersten 9 Zahlzeichen sind in dieser Tabelle:

Wurzeln	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Quadratzahlen	1	4	9	16	25	36	49	64	81
Cubiczahlen	1	8	27	64	125	216	343	512	729

§. 34. Die Quadratwurzel aus einer gegebenen Zahl zu ziehen.

1) Man theilt von der rechten nach der linken Hand die gegebenen Zahlen in Klassen, daß in jeder 2 Zahlen sind, und in der letzten linker Hand kann auch nur eine Zahl seyn. Zu dieser ersten Klasse linker Hand sucht man in der Tafel §. 33. die Quadratzahl, welche ihr gleich, oder am nächsten kömmt, und schreibt sie unter, zieht sie ab, und setzt die folgende Klasse herunter. Die Wurzel der untergeschriebenen Quadratzahl setzt man rechter Hand hinter den Strich.

2) Die ganze hintenstehende Wurzel doppelt genommen, unter die erste Zahl der neuen Klasse linker Hand, das Produkt nach der linken Hand zu geschrieben, damit in die darüberstehenden Zahlen dividirt, und den Quotienten in die Stelle der Wurzel gesetzt. Nun setzt man diese neue Wurzel unter die Zahl der neuen Klasse rechter Hand, multiplicirt das untergeschriebene mit der neuen Wurzel, und schreibt

schreibt das Produkt gleich unter. Indem man multiplicirt, streicht man, um die Verwirrung zu vermeiden, die Zahlen durch, welche man multiplirt. Nun zieht man das Produkt von der Quadratzahl ab, und zu dem unter den Strich gesetzten Reste stellt man die folgende Klasse.

3) Wenn man Nummer 2. bis ans Ende anwendet: so bekommt man die Wurzel. Geht alles gerade auf: so ist die Zahl ein vollkommenes Quadrat; geht aber nicht alles auf: so bekommt man in die Wurzel einen Bruch, indem man an die übriggebliebenen Zahlen 2, 3 oder 4 Klassen Nullen hängt, und nach Nummer 2. die Rechnung fortsetzt. Die herausgekommenen Zahlen sind alsdann Zähler, und bey einer Klasse Nullen ist 10, bey zweyen 100, bey dreyen 1000 u. s. w. der Nenner. Eben so verfährt man bey einer Zahl, die kein Quadrat in sich schließt; z. B. bey 3.

4) Wenn man die Wurzel mit sich selbst multiplicirt, und dazu das, was etwa in der Rechnung übrig blieb, addirt: so kommt die gegebene Zahl heraus, aus der man die Wurzel ziehen sollte. Z. B.

```
                    r
 25|71|30|12|64|50708
 25|..|..|..|..|
   0071|..|..|..
    100|..|..|..
     71|30|..|..
      1007|..|..
      7049|..|..
        81|12|..
        1014|..
        81|12 64
        101408
        811264
        000000
```

Man sagt nach §. 33, 25 = 25, und r 5; 2 . 5 = 10 : 7 = r 0; zu 71 nun 30, 2 . 50 = 100 und 7; 1007 . r 7 = 7049 — 7130 = 81; nun 8112 darunter 507 . 2 = 1014 : 811 = 0; endlich 811264 darunter 5070 . 2 = 10140 : 81126 = 8 und 101408 . 8 = 811264 — 811264 = 0.

```
      50708
      50708
     ------
     405664
    354956
  253540
 ----------
 2571301264 Probe.
```

```
      †       r
1|52|27|66|1234 004/1000
1| ..| ..| ..|
  52| ..| ..
  22| ..| ..
  44| ..| ..
   8|27| ..
  243| ..
  729| ..
    98|66
   2464
   9856
     10|00
   2468
     10|00|00
   24680
     1000|00|00
     2468004
     9872016
    *127984
```

Probe. 1234004

```
        1234004
        4936016
      4936016...
     3702012....
    2468008.....
   1234004......
  1522765872016
         127984
† 1522766000000
```

§. 35. Die Cubicwurzel aus einer Cubiczahl zu ziehen.

1) Man theilet von der rechten nach der linken Hand die Zahlen in Klassen, daß jede 3 Zahlen enthält; aber die letzte Klasse linker Hand kann 3, 2, auch 1 Zahl haben. Man sucht die Cubiczahl in der Tafel, §. 33., die der ersten Klasse am nächsten kömmt, setzt sie unter, zieht sie ab, und zu dem Reste die folgende Klasse. Die Wurzel der untergeschriebenen Cubiczahl setzt man hinten hin.

2) Die ganze Wurzel quadrirt, das Quadrat mit 3 multiplicirt, und von der ersten Zahl der neuen Klasse nach der linken Hand zu untergeschrieben. Man dividirt in die darüber stehenden Zahlen, nachdem der Divisor eingeklammert worden, und setzt den Divisor als Wurzel an. Die neue Wurzel quadrirt, das Quadrat mit 3 multiplicirt, und dieses letzte Produkt mit der vorhergehenden ganzen Wurzel multiplicirt, wird von der mittlern Zahl der neuen Klasse, nach der linken Hand zu, unter-

untergeschrieben. Unter die Zahl rechter Hand derselben Klasse schreibt man, nach der linken Hand hin, die Cubiczahl der neuen Wurzel. Nun werden die 3 Zahlreihen addirt, die Summe wird von der oben darüberstehenden Cubiczahlenreihe abgezogen, und zu dem Reste die folgende Klasse herunter gesetzt.

3) Wenn man Nummer 2 bey allen Klassen anwendet: so bekommt man die Cubicwurzel.

4) Wenn alles gerade aufgeht: so ist die Zahl eine vollkommene Cubiczahl; geht aber nicht alles auf: so setzt man die Rechnung fort, wofern man die Wurzel genauer haben will, indem man 1, 2 oder 3 Klassen Nullen anhängt, und was dann als Wurzel herauskommt, wird der Zähler eines Bruchs der Wurzel, wovon der Nenner bey einer Zahl ist 10, bey 2 Zahlen 100, u. s. w.

5) Wenn man die Cubicwurzel mit sich selbst, das Quadrat wieder mit der Wurzel multiplicirt, und dazu das, was etwa übrig blieb, ad-

dirt: so bekommt man die Zahl wieder, woraus die Cubicwurzel gezogen wurde. z. B.

r

	47 437 928 (362
47 am nächsten aus Tafel	27 . . . . . .
§. 33, 27 — 47 = 20;	20437 . . .
von 27 r 3; 3.3.3 = 27	(27). . . . .
: 204 = 6 . 27 = 162;	162 . . . . .
6 . 6 . 3 . 3 = 324; .	324 . . . .
von 6. Cubus. 216; .	216 . . .
addirt giebt 19656 — .	19656 928
20437 = 781; .	781 . .
36 . 36 . 3 = 3888: .	(3888). .
7819 = 2 und 2 . 3888 .	7776 . .
= 7776; 2 . 2 . 3 . 36 = .	432 .
von 2 ist Cubus . . .	8
addirt	781928
	0

r

r

```
      362
      362
   ------
      724
    2172
   1086
   ------
   131044
      362
   ------
   262088
  786264
 786264
393132
--------
47437928
```

Ferner:

```
31(3 14/100
27
--
  4|000
 (27)..
  279
     1
 ------
  2791|
 ------
  1209|000
  (2883)..
  11532..
    1488.
      64
  -------
  1168144
  -------
    40856 *
```

 Probe:

Probe:

```
      314
      314
    -----
     1256
     314
    942
   ------
    98596
      314
   ------
   394384
   98596
  295788
 --------
 30959144
    40856 *
 --------
 31000000
```

Un-

Anhang

von einigen Namen und Werthen verschiedener Dinge, wie viel Einheiten der geringern Ordnung zu einer Einheit der nächst höhern gehört.

I. In Gelde. 2 Heller machen 1 Pfennig; 12 pf. = 1 gl.; 8 pf. = 1 Mariengroschen, (Mgr.); 16 gl. = 1 Kaisergulden (Kfl.); 21 gl. = 1 Meißnischen Gülden (Mfl.); 24 gl. = 1 Reichsthaler (thlr.); 1 thlr. 12 auch 14 gl. = 1 Dücaton; 1 thlr. 8 gl. = 1 Speciesthaler; 2 thlr. 18 auch 20 gl. = 1 Dukaten; 4 thlr. 4 gl. = 1 Maxdor; 5 thlr. = 1 Louisdor; 6 thlr. bis 8 gl. = 1 Carolin = 4 Dücaton oder Laubthaler, 8 thlr. 12 gl. = 1 Souverain = 3 Dukaten.

Der

Der jeßige Münzfuß, das ist, wie viel Geld aus einer Mark oder $\frac{1}{2}$ lb. Silber geprägt wird, ist, daß 20 Kfl. oder 10 Species, oder 13 thlr. 8 gl. daraus ausgemünzt werden. Das Gold wird nach dem jeßigen Münzfusse so ausgeprägt, daß $283\frac{1}{10}$ Kfl. auf eine Mark Gold gehn.

II. Gewichte. 1 Schiffpfund hat 20 Ließpfund; 1 Ließpfund 14 Pfund; 1 Centner hat 114 auch 110 lb.; 1 lb. hat 32 Loth; 1 Loth hat 4 Quenten. Man theilt auch das lb. in 2 Mark = 32 Loth; 1 Mark hat 16 Loth oder 8 Unzen; 1 Unze 2 Loth. Nach Silbergewichte: 1 Mark 16 Loth; 1 Loth $1\frac{1}{2}$ Karat; 1 Karat 12 Gran. Nach Goldgewichte hat 1 lb. nur 12 Unzen; 1 Unze hat 8 Drachmen; 1 Drachmen 3 Scrupel; 1 Scrupel 20 Gran: so ist das Apothekergewichte.

III. 1 Fuder Wein hat 4 Ochshöft; 1 Ochshöft hat $1\frac{1}{2}$ Ohme; 1 Ohme 2 Eymer; 1 Eymer

hat

hat 72 auch 80 Maaß; 1 Maaß 2 Mösel. 1 Faß Bier hat 4 Tonnen; 1 Tonne 108 Maaß.

IIII. Körner. 1 Wispel 2 Malter; 1 Malter 12 Scheffel; 1 Scheffel 4 Viertel; 1 Scheffel Dreßdner hält 2 Berliner, und von Nordhäuser Maaße $2\frac{1}{4}$ Scheffel; der Dreßdner Scheffel hat 16 Metzen; aber der Nordhäuser 8 Metzen.

V. Papier. 1 Ballen hat 10 Ries; 1 Ries 20 Buch; 1 Buch 24 Bogen.

VI. Rauchwerk oder Häute. 1 Zimmer hat 4 Dächer; 1 Dächer 10 Stück.

E N D E.

EIGENTHUM DER STADT AUGSBURG

BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Kurze Anfangsgründe der Arithmetik oder Rechenkunst für Kinder & angehende Jünglinge

Dresden 1793

Augsburg, Staats- und Stadtbibliothek -- H 1137#(Beibd.
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11251860-5
VD18 12454087-001